Geg: $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 4x^2 + 8x$

1	**Definitionsbereich D**: $D = \Re$ (alle reellen Zahlen)
2	**Symmetrie:** / **Nur gerade** Expon.: zur **y-Achse** / **Nur ungerade** Expon.: zum **Ursprung**
	Keine Symmetrie zur y- Achse oder zum Ursprung, da **gerade und ungerade** Exponenten.

3	**Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen:**	
3.1	Schnittpunkt mit **y**-Achse (SP_y):	$x = 0$ in f(x) setzen $\Rightarrow$ $f(x=0) = y_S$
	$f(0) = \frac{1}{2}\cdot 0^3 - 4\cdot 0^2 + 8\cdot 0 = 0 \Rightarrow$ $SP_y\ (0\|0)$	
3.2	Schnittpunkte mit **x**-Achse = **Nullstellen** (N_n):	$y = 0$ d.h. $f(x) = 0$ setzen
	$\frac{1}{2}x^3 - 4x^2 + 8x = 0$ Gleichung 3. Grades: x ausklammern $\Rightarrow$ S.v.NP.	
	$x\cdot(\frac{1}{2}x^2 - 4x + 8) = 0$ S.v.NP: $x_1 = 0$; $N_1\ (0\|\ 0)$; $\frac{1}{2}x^2 - 4x + 8 = 0$; $x^2 - 8x + 16 = 0$ $(x-4)^2 = 0$; $x_{2/3} = 4$ $N_{2/3}\ (4\|\ 0)$ (doppelte Nullstelle – Extrempunkt)	
4.	**Verhalten für $\|x\| \to \infty$ ($x \to \pm\infty$):**	Nur Glied mit **höchster Potenz** von **x** und das **Vorzeichen** seines Koeffizienten betrachten
	$g(x) = x^3$ $x \to +\infty$: $g(x) \to +\infty$ $x \to -\infty$: $g(x) \to -\infty$	

5	**Ableitungen:** $f'(x); f''(x); f'''(x)$
	$f'(x) = \frac{3}{2}x^2 - 8x + 8$, $f''(x) = 3x - 8$; $f'''(x) = 3$

6	**Extrempunkte** (Hoch- und Tiefpunkte)	**Für EP gilt:** $f'(x) = 0$ und $f''(x) \neq 0$ → < 0 : **HP**; > 0 : **TP**

$f'(x) = 0$: $\frac{3}{2}x^2 - 8x + 8 = 0 \Rightarrow 3x^2 - 16x + 16 = 0 \Rightarrow x_{1/2} = \frac{16 \pm \sqrt{256 - 4\cdot 3\cdot 16}}{6} = \frac{16 \pm \sqrt{64}}{6} = \frac{16 \pm 8}{6}$

$x_1 = \frac{24}{6} = 4$ $\qquad x_2 = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

$x_1 = 4$: $f''(4) = 3\cdot 4 - 8 = 4 > 0 \Rightarrow$ **TP** $(4\ |?)$

$f(4) = \frac{1}{2}\cdot 4^3 - 4\cdot 4^2 + 8\cdot 4 = 32 - 64 + 32 = 0 \Rightarrow$ **TP** $(4\ |0)$

$x_2 = \frac{4}{3}$: $f''(\frac{4}{3}) = 3\cdot(\frac{4}{3}) - 8 = -4 < 0 \Rightarrow$ **HP** $\left(\frac{4}{3}\middle|?\right)$

$f(\frac{4}{3}) = \frac{1}{2}\cdot(\frac{4}{3})^3 - 4\cdot(\frac{4}{3})^2 + 8\cdot(\frac{4}{3}) = \frac{32}{27} + \frac{64}{9} + \frac{32}{3} = \frac{32 - 192 + 288}{27} = \frac{128}{27} = 4\frac{20}{27} \approx 4,7$

$\Rightarrow$ **HP** $\left(\frac{4}{3}\middle|4,7\right)$

© TCS- Training-Center-Stutgart
Dipl.-Ing. Gerd W. Dobler
Irrend lernt man.
Goethe
Fon: (0711) – 65 42 89 | Mobil: 0162 – 653 19 36 | Fax: (0711) – 657 10 22 | E -mail: gerd.dobler@arcor.de

7	**Wendepunkte**	**Für WP gilt: $f''(x) = 0$ und $f'''(x) \neq 0$**

$f''(x) = 0$: $3x - 8 = 0 \Rightarrow \quad x_1 = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$;

$f'''(\frac{8}{3}) = 3 \neq 0 \Rightarrow$ WP $\left(2\frac{2}{3} \middle| ?\right)$

$f(\frac{8}{3}) = \frac{1}{2}(\frac{8}{3})^3 - 4(\frac{8}{3})^2 + 8(\frac{8}{3}) = \frac{256}{27} - \frac{256}{9} + \frac{64}{3} = \frac{256-768+576}{27} = \frac{64}{27} = 2\frac{10}{27} \approx 2{,}37 \Rightarrow$ WP $\left(2\frac{2}{3} \middle| 2\frac{10}{27}\right)$

8	**Monotonie**: (ändert sich an Extremstellen: zw. TP u. HP: steigend ; zw. HP u. TP: fallend)

f(x) ist streng monoton **steigend** für $-\infty < x < \frac{4}{3}$ und für $x > 4$ [da in diesen Intervallen $f'(x) > 0$]

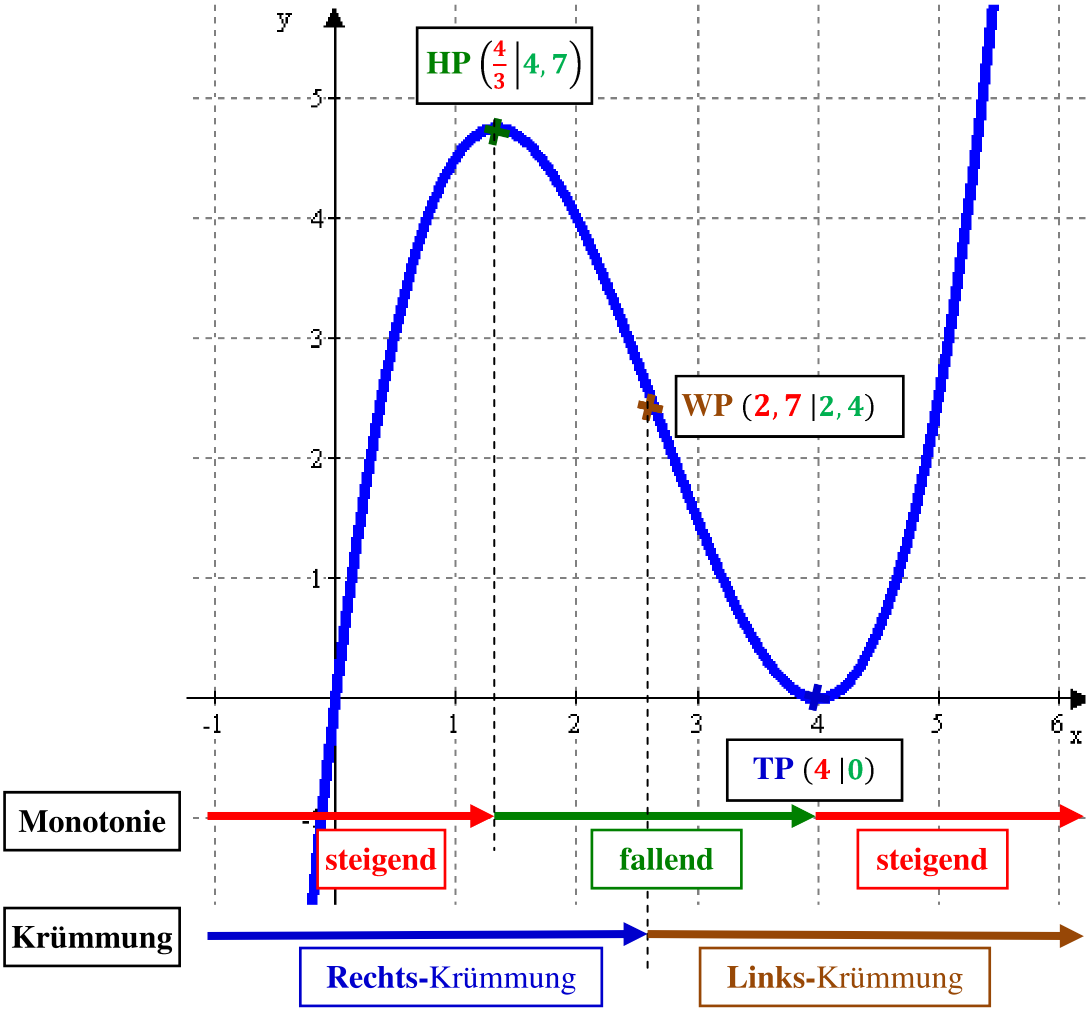
f(x) ist streng monoton **fallend** für $\frac{4}{3} < x < 4$ [da in diesem Intervall $f'(x) \leq 0$]

9	**Krümmungsverhalten** (ändert sich an Wendestellen)

f(x) ist **rechts**gekrümmt für $x < 2\frac{2}{3}$ [da in diesem Intervall $f''(x) < 0$]

f(x) ist **links**gekrümmt für $x > 2\frac{2}{3}$ [da in diesem Intervall $f''(x) > 0$]

10	**Zeichnung**



© TCS- Training-Center-Stutgart
Dipl.-Ing. Gerd W. Dobler

Irrend lernt man.
Goethe

Fon: (0711) – 65 42 89 | Mobil: 0162 – 653 19 36 | Fax: (0711) – 657 10 22 | E -mail: gerd.dobler@arcor.de